

TP – Circuit RLC

NOM :

Dans ce TP, nous allons étudier, à travers le circuit RLC, le comportement d'un oscillateur soumis à une excitation constante (partie I) et soumis à une excitation sinusoïdale (partie II).

I) Étude du régime transitoire

1) Théorie

On étudie le circuit RLC ci-contre. On rappelle que la tension aux bornes de la résistance vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u(t) = 0$$

On pose :

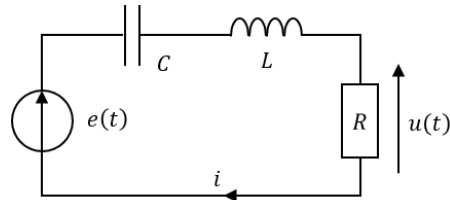
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{\omega_0}{2Q} \quad \Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

2) Observation des différents régimes

⚙️ Câbler le circuit RLC. Choisir $R = 20 \, \Omega$ et $C = 100 \, \text{nF}$. Appliquer une tension crête à crête de 50 Hz qui varie de 0 à 10 V. Observer à l'oscilloscope $e(t)$ sur la voie CH1 et $u(t)$ sur la voie CH2. Régler le trigger sur la voie CH1 et afficher à l'écran uniquement la voie CH2 (masquer la voie CH1).

Les valeurs indiquées de C et R sont fiables. En revanche, la valeur de L indiquée sur la bobine est très approximative. Nous allons donc chercher à déterminer sa valeur.

⚙️ Justifier que $\Omega \simeq \omega_0$. Mesurer la pseudo-période T à l'oscilloscope puis en déduire une estimation de L . Avec cette valeur de L , en déduire la valeur de Q (on n'oubliera pas que le GBF possède une résistance interne). Vérifier que la valeur de Q correspond approximativement au nombre d'oscillations visibles.



⚙️ Déterminer la valeur de R correspondant au régime critique (C et L restant inchangés).

⚙️ Diminuer progressivement R de manière à observer le régime critique puis le régime aperiodique. Vérifier qualitativement que le temps caractéristique du régime transitoire τ est minimal lors du régime critique.

II) Étude du régime sinusoïdal forcé

1) Théorie

On étudie le circuit en régime sinusoïdal forcé. Pour cela, on impose une tension : $e(t) = E \cos(\omega t)$.

On peut alors montrer que la tension aux bornes de la résistance vaut : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi)$ avec :

$$U_m = \frac{E}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} \quad \tan(\phi) = -Q \left(x - \frac{1}{x}\right) \quad \text{avec : } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

On peut ainsi constater que $U_m(x)$ passe par un maximum lorsque $x = 1$, c'est-à-dire lorsque $\omega = \omega_0$. C'est une **résonance en intensité** (car $u = Ri$).

- À l'aide des mesures faites dans la partie précédente, déterminer la valeur de la fréquence de résonance, notée f_1 .

2) Premières observations

- Reprendre une résistance $R = 20 \Omega$. Appliquer une tension sinusoïdale d'amplitude crête à crête 10 V et sans tension d'offset. Afficher les voies CH1 et CH2 sur l'oscilloscope.

Rappels :

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(x) \quad \text{et} \quad \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x)$$

- Observer à l'oscilloscope les valeurs de U_m et ϕ en basses fréquences, en hautes fréquences et à la fréquence de résonance. Est-ce cohérent avec la théorie ?

	$x \ll 1$	$x = 1$	$x \gg 1$
$U_m(x)$			
$\phi(x)$			

3) Mesure de la fréquence de résonance

Afin de mesurer précisément la fréquence de résonance, nous allons utiliser la **méthode de Lissajous** décrite ci-dessous.

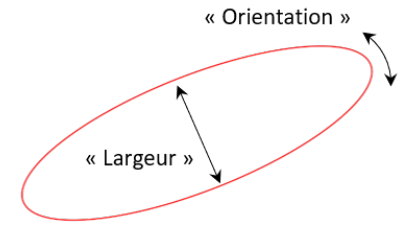
Soient deux fonctions sinusoïdales de même fréquence, mais d'amplitudes et de phases différentes.

$$e(t) = E \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi)$$

Alors on admet que la courbe $u(e)$ est une ellipse centrée sur l'origine. L'orientation et la « largeur » de l'ellipse dépendent de ϕ .

En particulier, lorsque $\phi = 0$, on observe une droite de pente positive (la « largeur » de l'ellipse est nulle). En effet :

$$e(t) = E \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{U_m}{E} \times e(t)}$$



Nous allons exploiter cette propriété pour déterminer précisément la valeur de la fréquence de résonance.

- Appuyer sur « Affichage » et passer en mode « XY ». Ce mode permet de tracer Y (la voie CH2) en fonction de X (la voie CH1). Vérifier que l'on observe bien une ellipse. Faire varier f afin de faire varier ϕ et trouver la fréquence qui « aplatit » l'ellipse. Lorsque l'ellipse devient trop aplatie, zoomer sur son centre afin de gagner en précision de lecture. Continuer d'ajuster f de plus en plus finement et de zoomer sur le centre de l'ellipse, dans le but de déterminer la fréquence de résonance, notée f_2 , le plus précisément possible.

- Comparer qualitativement f_1 et f_2 . Quelle est, selon vous, la valeur la plus précise ?

4) Fréquences de coupure

On appelle fréquence de coupure f_c la ou les fréquences telles que :

$$U_m(x_c) = \frac{\max(U_m(x))}{\sqrt{2}} \quad \text{avec : } x = \frac{f}{f_0}$$

⚙ Mesurer l'amplitude de $u(t)$ à la fréquence de résonance. Faire varier la fréquence (deux mesures à faire, une du côté des hautes fréquences et une du côté des basses fréquences) jusqu'à mesurer une amplitude réduite d'un facteur $\sqrt{2}$. Noter les deux fréquences de coupure f_{c1} et f_{c2} trouvées.

Il est possible de montrer que :

$$\Delta f_c = \frac{f_0}{Q}$$

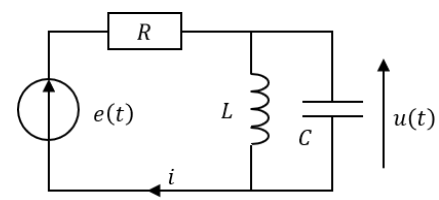
⚙ Cette relation est-elle vérifiée expérimentalement ? Commenter.

III) Étude du circuit « bouchon »

L'inconvénient d'un circuit RLC série est qu'il est difficile d'obtenir un fort facteur de qualité. En effet, pour ce circuit : $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Il faudrait donc choisir une faible valeur de R , ce qui est impossible en pratique, car il y a toujours la résistance interne du GBF qui impose une résistance minimale au circuit $R_{GBF} = 50 \Omega$.

Nous allons étudier le circuit ci-contre, qui a l'avantage d'avoir un facteur de qualité proportionnel à R :

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$



Avec ce circuit, il suffit donc de prendre une forte valeur de résistance pour avoir un fort facteur de qualité.

🏠 Quelle est sa limite lorsque $R \rightarrow \infty$? Quelle autre résistance doit-on considérer pour retrouver la valeur maximale du facteur de qualité observée ?

⚙ Câbler le montage et mesurer la plus grande valeur possible du facteur de qualité. En déduire la résistance r de la bobine.
